Séance du lundi 25 mai

1. Vous trouverez ci-dessous la correction des résolutions des systèmes.

2. Recopier la suite de la leçon.

3. Faire et **ENVOYER** les exercices ci-dessous.

4. Jeudi : QCM bilan sur les équations de droites, les systèmes

---

Correction

Résoudre les systèmes. $\begin{cases} 5x-3y-17=0 \\ 2x+y-9=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y+1=0 \\ -3x+4y-2=0 \end{cases}$

¤ Un vecteur directeur de la 1ère droite $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$. Un vecteur directeur de la 2ème droite $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix}3 & -1\\5 & 2\end{vmatrix}$ = 3×2-5×(-1) = 11 ≠ 0. Donc, le système a un seul couple solution.

On va utiliser la méthode par substitution.

$$\begin{cases} 5x-3y-17=0 \\ 2x+y-9=0 \end{cases}$$

équivaut à $\begin{cases} 5x-3y-17=0 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 5x-3(-2x+9)-17=0 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 5x+6x-27-17=0 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 11x-44=0 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 11x=44 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x=4 \\ y=-2x+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x=4 \\ y=-2\times 4+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x=4 \\ y=-8+9 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

Donc, le couple solution du système est (4 ; 1)

¤ Un vecteur directeur de la 1ère droite $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$. Un vecteur directeur de la 2ème droite $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix}3 & -4\\2 & -3\end{vmatrix}$ = 3×(-3)-2×(-4) = -1 ≠ 0. Donc, le système a un seul couple solution.

On va utiliser la méthode par combinaison.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ -3x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ -6x + 8y - 4 = 0 \end{cases}$ La 1ère équation a été multipliée par 3. La 2ème équation a été multipliée par 2.

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ (6x - 9y + 3) + (-6x + 8y - 4) = 0 \end{cases}$ On conserve la 1ère équation. On additionne les 2 équations.

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ 6x - 9y + 3 - 6x + 8y - 4 = 0 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ -1y - 1 = 0 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ -y = 1 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9y + 3 = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x - 9 \times (-1) + 3 = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x + 9 + 3 = 0 \\ y = -1 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} 6x = -12 \\ y = -1 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

Le système a un couple solution $(-2\,;\,-1)$

Résoudre les systèmes. $\begin{cases} x - 3y = -17 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 8y - 6 = 0 \\ 3x - 4y - 1 = 0 \end{cases}$

¤ Un vecteur directeur de la 1ère droite $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Un vecteur directeur de la 2ème droite $\vec{v}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ = 3×2-1×(-4) = 10 ≠ 0. Donc, le système a un seul couple solution.

On va utiliser la méthode par substitution.

$$\begin{cases} x - 3y = -17 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ 2(3y - 17) + 4y = 6 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ 6y - 34 + 4y = 6 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ 10y = 6 + 34 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ 10y = 40 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3y - 17 \\ y = 4 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 3 \times 4 - 17 \\ y = 4 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = 12 - 17 \\ y = 4 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases}$

Le système a un couple solution $(-5\,;\,4)$

¤ Un vecteur directeur de la 1ère droite $\vec{u}\begin{pmatrix}-8\\2\end{pmatrix}$. Un vecteur directeur de la 2ème droite $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix}-8 & 4\\2 & 3\end{vmatrix}$ = -8×3-2×4 = -32 ≠ 0. Donc, le système a un seul couple solution.

On va utiliser la méthode par combinaison.

$$\begin{cases}2x+8y-6=0\\3x-4y-1=0\end{cases}$$ On remarque que 8 est un multiple de 4.

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\6x-8y-2=0\end{cases}$$ On multiplie la 2ème équation par 2.

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\(2x+8y-6)+(6x-8y-2)=0\end{cases}$$ On conserve la 1ère équation. On additionne les 2 équations.

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\2x+8y-6+6x-8y-2=0\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\8x-8=0\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\8x=8\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}2x+8y-6=0\\x=1\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}2\times 1+8y-6=0\\x=1\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}2+8y-6=0\\x=1\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}8y=4\\x=1\end{cases}$$

équivaut à $$\begin{cases}y=0{,}5\\x=1\end{cases}$$

Le système a un couple solution (1 ; 0,5)

Leçon

Cas particulier 1 :

$\begin{cases} x-y-5=0 \\ -3x+3y+15=0 \end{cases}$

Un vecteur directeur de la 1ère droites est $\vec{u}\binom{1}{1}$. Un vecteur directeur de la 2ème droites est $\vec{v}\binom{-3}{-3}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$ = 1×(-3)-1×(-3) = -3+3 = 0

Le système n'a pas de couple solution ou le système a une infinité de couples solutions.

méthode : On écrit l'équation réduite de chacune des deux droites

$$\begin{cases} x-y-5=0 \\ -3x+3y+15=0 \end{cases}$$

équivaut à $\begin{cases} -y=-x+5 \\ 3y=3x-15 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y=x-5 \\ y=\frac{3x-15}{3} \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y=x-5 \\ y=x-5 \end{cases}$ On a obtenu la même équation : les droites sont confondues

Donc, le système a une infinité de couples solutions ; S= { (x ; y) = (x ; x−5) ; x réel }

(des couples solution du système (0 ; −5) (1 ; −4) (2 ; −3) (3 ; −2) (−1 ; −6) (−2 ; −7)…………..)

Cas particulier 2 :

$\begin{cases} 2x-6y=4 \\ x-3y=5 \end{cases}$

Un vecteur directeur de la 1ère droites est $\vec{u}\binom{6}{2}$. Un vecteur directeur de la 2ème droites est $\vec{v}\binom{3}{1}$.

det($\vec{u}$, $\vec{v}$) = $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ = 6×1-2×3 = 6-6 = 0

Le système n'a pas de couple solution ou le système a une infinité de couples solutions.

méthode : On écrit l'équation réduite de chacune des deux droites

$$\begin{cases} 2x-6y=4 \\ x-3y=5 \end{cases}$$

équivaut à $\begin{cases} -6y=-2x+4 \\ -3y=-x+5 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y=\frac{-2x+4}{-6} \\ y=\frac{-x+5}{-3} \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y=\frac{x}{3}-\frac{2}{3} \\ y=\frac{x}{3}-\frac{5}{3} \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3} \\ y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3} \end{cases}$ Les droites sont strictement parallèles

Donc, le système n'a pas de couple solution ; S= $\emptyset$.

Exercice 1

Soit le système $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 6x-3y=-3 \end{cases}$

1. Construire, dans le même repère, les droites (d) et (d') d'équations respectives 2x + y = 5 et 6x – 3y = -3.

2. Déterminer graphiquement les coordonnées de leur point d'intersection.

3. Vérifier que le couple de coordonnées trouvé est bien solution du système.

Exercice 2

(d) : x – 3y + 1 = 0 (d') : 3x + 4y – 23 = 0

1. Justifier que les deux droites sont sécantes.

2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 3

Résoudre le système par combinaison. $\begin{cases} 10x+7y=-1 \\ 3x-5y=21 \end{cases}$

Exercice 4

Résoudre le système $\begin{cases} \dfrac{-3}{2}x+\dfrac{1}{4}y=1 \\ 12x-2y=-8 \end{cases}$.

N'oublions pas, avant de se lancer dans la résolution d'un système, de vérifier si celui-ci aura :
*un couple solution
ou *pas de couple solution ou une infinité de couples solutions
La méthode de résolution ne sera pas la même.