

Séance du lundi 30 mars

1. Vous trouverez, ci-dessous, la correction des exercices donnés jeudi.

56 p 189(1-2) 50 p 209 58 p 189 42 p 208

Il faut vraiment prendre le temps de les retravailler, et poser des questions s'il y a quelque chose qui n'est pas compris. Ainsi que les exercices précédents.

2. Copier la leçon.

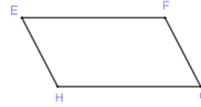
3. Faire et envoyer les exercices suivants : 19, 24, 27 p 207 41 p 208

Correction

56 p 189(1-2)

Dans un parallélogramme, on a des vecteurs égaux.

Par exemple, \vec{EF} et \vec{HG} .



Il faut voir si \vec{EF} et \vec{HG} sont égaux. Il faut calculer les coordonnées de ces deux vecteurs.

1.

$$\vec{EF}(8-2 ; -1+1) \qquad \vec{HG}(10-4 ; 3-3)$$

$$\vec{EF}(6 ; 0) \qquad \vec{HG}(6 ; 0)$$

Les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées. Donc, $\vec{EF} = \vec{HG}$.

Donc, EFGH est un parallélogramme.

2.

$$\vec{EF}(0-1 ; 2+1) \qquad \vec{HG}(8-7 ; -3-0)$$

$$\vec{EF}(-1 ; 3) \qquad \vec{HG}(1 ; -3)$$

Les deux vecteurs n'ont pas les mêmes coordonnées. Donc, $\vec{EF} \neq \vec{HG}$.

Donc, EFGH n'est pas un parallélogramme.

50 p 209

On commence par chercher les coordonnées de \vec{CD} et de \vec{AB}

$$\vec{CD}(x_D + 1 ; y_D - 6)$$

$$\vec{AB}(-2-4 ; 1+2)$$

$$\vec{AB}(-6 ; 3)$$

Comme $\vec{CD} = 3\vec{AB}$ alors $3\vec{AB} \left(\begin{matrix} -18 \\ 9 \end{matrix} \right)$

On sait que $\vec{CD} = 3\vec{AB}$, alors le vecteur \vec{CD} et le vecteur $3\vec{AB}$ ont les mêmes coordonnées.

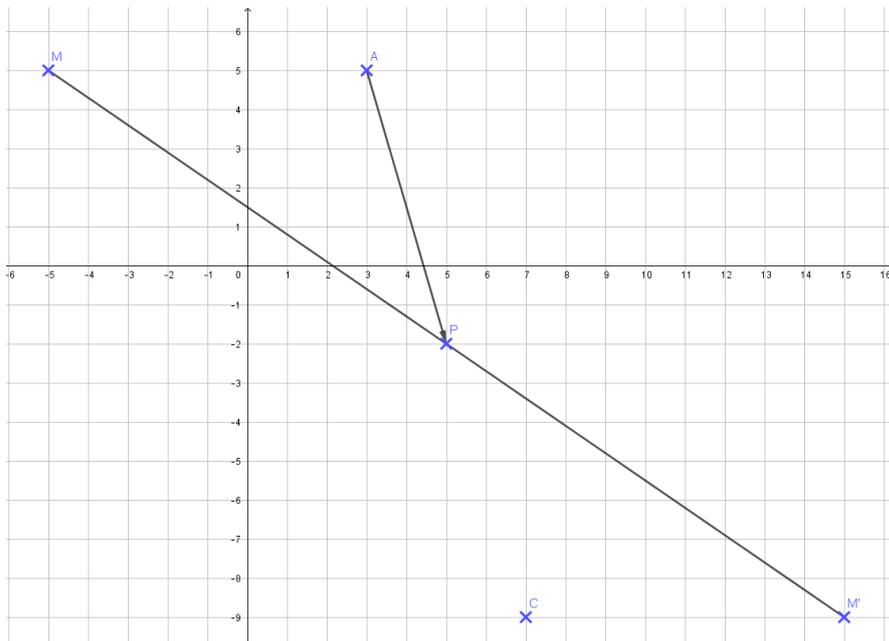
$$x_D + 1 = -18 \quad \text{et} \quad y_D - 6 = 9$$

$$x_D = -19$$

$$y_D = 15$$

$$D(-19 ; 15)$$

58 p 189



1. M' est le symétrique de M par rapport à P. Donc, P est le milieu de [MM'].

$$x_P = \frac{x_M + x_{M'}}{2}$$

$$y_P = \frac{y_M + y_{M'}}{2}$$

$$5 = \frac{-5 + x_{M'}}{2}$$

$$-2 = \frac{5 + y_{M'}}{2}$$

$$-5 + x_{M'} = 10$$

$$5 + y_{M'} = -4$$

$$x_{M'} = 15$$

$$y_{M'} = -9$$

$$M' (15 ; -9)$$

2. Plutôt que de dire C est l'image de P par la translation de vecteur \vec{AP} , on pourrait dire $\vec{AP} = \vec{PC}$.

Si on arrive à montrer que $\vec{AP} = \vec{PC}$ alors on aura bien vérifié ce que l'on nous demande.

Il nous reste plus qu'à chercher les coordonnées de ces deux vecteurs.

$$\vec{AP}(5-3 ; -2-5)$$

$$\vec{PC}(7-5 ; -9+2)$$

$$\vec{AP}(2 ; -7)$$

$$\vec{PC}(2 ; -7)$$

\vec{AP} et \vec{PC} ont les mêmes coordonnées. Donc, $\vec{AP} = \vec{PC}$.

Donc, C est l'image de P par la translation de vecteur \vec{AP} .

Finalement, P est le milieu de [AC].

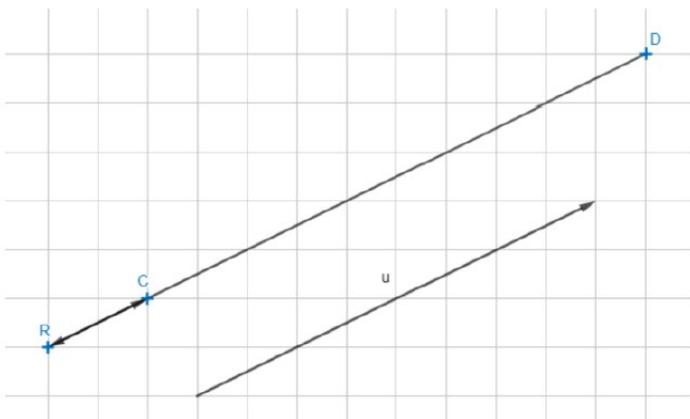
3. D'après ce qui précède, P est le milieu de [AC] et de [MM'].

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc, AMCM' est un parallélogramme.

(On peut aussi calculer les coordonnées de deux vecteurs comme \vec{MA} et $\vec{CM'}$, et montrer qu'ils sont égaux)

42 p 208



IV- Vecteurs colinéaires

définition

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} non nuls sont dits colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

remarques :

*Deux vecteurs non nuls sont colinéaires s'ils ont la même direction.

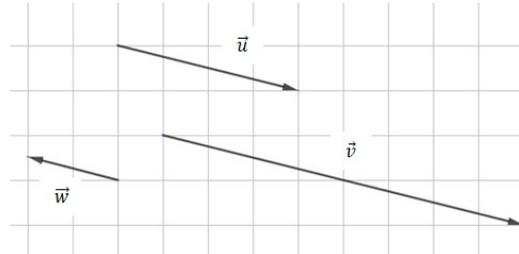
*Le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur.

exemple

$\vec{v} = 2\vec{u}$. Donc, \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

$\vec{w} = \frac{-1}{2}\vec{u}$. Donc, \vec{w} et \vec{u} sont colinéaires.

Comme \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, \vec{w} et \vec{u} également, alors \vec{v} et \vec{w} sont colinéaires.



définition

Soient, dans une base orthonormée, les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

On appelle déterminant des vecteurs \vec{u} et \vec{v} le nombre réel $xy' - yx'$.

On note $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$.

exemple

On a $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ dans une base orthonormée.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2 \times 7 - 5 \times 3 = 14 - 15 = -1.$$

propriété(admise)

Soient, dans une base orthonormée, les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

\vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

remarques :

*Cette propriété peut se décomposer en deux propriétés distinctes :

Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires alors $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ alors \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

*Les coordonnées de deux vecteurs colinéaires sont proportionnelles.

exemple

* On a $\vec{u} \begin{pmatrix} 10 \\ -23 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 17 \end{pmatrix}$ dans une base orthonormée.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 10 & -6 \\ -23 & 17 \end{vmatrix} = 10 \times 17 - (-23) \times (-6) = 32 \neq 0. \text{ Donc, } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ ne sont pas colinéaires.}$$

* On a $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 35 \\ 14 \end{pmatrix}$ dans une base orthonormée.

On remarque que $35 = 7 \times 5$ et $14 = 7 \times 2$. D'où, $\vec{v} = 7\vec{u}$.

Donc, \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.