

II – Résolution des inéquations du premier degré :

Les premières étapes de la résolution d'inéquations du premier degré sont les mêmes que celles de la résolution des équations du premier degré que nous connaissons.

exemple : $x + 7 = 1 + 3x$ est une équation (à une inconnue) du premier degré.
 $x - 3x = 1 - 7$ On change le signe des termes qui changent de membres.
 $-2x = -6$ On effectue les calculs de chaque membre.
 $x = -6/-2$ **On divise les deux membres de l'équation par -2**
 $x = 3$ On simplifie la solution

La solution de l'équation $x + 7 = 1 + 3x$ est 3 (en effet $3 + 7 = 10$ et $1 + 3*3 = 10$ et $10 = 10$ OK !)

Pour la résolution des inéquations du premier degré, la dernière étape demande d'être très vigilant(e) ; celle qui consiste à diviser les 2 membres par un même nombre. Pour les inéquations cette étape a parfois comme conséquence de changer le sens de l'inégalité (on passe de $<$ à $>$ et inversement ou de \leq à \geq et inversement).

1 - Exercice : Pour comprendre ce changement de sens de l'inégalité je vous propose un travail de comparaison de nombres (il y a deux exemples):

a. compléter les tableaux suivants :

	1 ^{er} nombre	comparatif	2 ^{ème} nombre		1 ^{er} nombre	comparatif	2 ^{ème} nombre
Valeurs de départ	5	<	6	car $5 < 6$	-2	>	-6
On multiplie ces nombres par 5	25	<	30	car $25 < 30$	-10	>	-30
Valeurs de départ	5	<	6		2	>	-6
On multiplie ces nombres par -4	-20	>	-24		-8	<	24
Valeurs de départ	15	<	150		-24	<	-6
On divise ces nombres par -3	-45	>	-450		72	>	18
Valeurs de départ	15	>	10,5		2	>	-6
On multiplie ces nombres par -1	-15	<	-10,5		-2	<	6
Valeurs de départ	-18	<	100		2	>	-60
On divise ces nombres par -4	72	>	-400		-8	<	240
Valeurs de départ	12	>	-100		-2	>	-6
On multiplie ces nombres par 40	480	>	-400		-80	>	-240

b. On peut constater qu'il y a parfois un changement de sens entre la première et la deuxième ligne de ces tableaux ($<$ est remplacé par $>$ ou inversement).

Dans quels cas y a t'il eu ce changement de sens ? Pourquoi ?

Le sens de l'inégalité change quand on multiplie ou divise les deux membres par un nombre NEGATIF

Dans quels cas n'y a t'il pas eu de changement de sens ?

Le sens de l'inégalité ne change pas quand on multiplie ou divise les deux membres par un nombre POSITIF.

2 - Première résolution d'inéquation :

Avec le travail qu'on vient de faire je vous propose de résoudre une première inéquation (penser aux remarques que j'ai faites et à ce que vous venez de compléter)

$x + 7 > 1 + 3x$ est une inéquation (à une inconnue) du premier degré.
 $x - 3x > 1 - 7$ On change le signe des termes qui changent de membres.
 $-2x > -6$ On effectue les calculs de chaque membre.
 $x < -6/-2$ **On divise les deux membres de l'inéquation par -2 qui est NEGATIF donc on change le sens de l'inéquation.**
 $x < 3$ On simplifie

Les solutions de l'inéquation $x + 7 > 1 + 3x$ sont les nombres strictement inférieurs à 3.



3 – Pour résoudre les inéquations du premier degré on s'appuie alors sur la propriété suivante :

Propriété admise :

Notons a et b deux nombres vérifiant $a < b$

1^{er} cas : Si k est un nombre strictement négatif alors $k.a > k.b$ et $\frac{a}{k} > \frac{b}{k}$

2^{ième} cas : Si k est un nombre strictement positif alors $k.a < k.b$ et $\frac{a}{k} < \frac{b}{k}$

Autre formulation de cette propriété :

Quand on multiplie ou divise les 2 membres d'une inégalité par un nombre NEGATIF on change le sens de cette inégalité

et quand on multiplie ou divise les 2 membres d'une inégalité par un nombre POSITIF on ne change pas le sens de cette inégalité.

Cette propriété est une conjecture des remarques formulées ci-dessus. La démonstration n'est pas évidente mais elle est accessible en fin de troisième. On y reviendra plus tard.

4 – Applications : Résolvez les inéquations suivantes (réponse rédigée et visualisée sur un axe gradué):

$2x + 3 > 1 - 3x$

..... On change le signe des termes qui changent de membres.
 On effectue les calculs de chaque membre.
 Onqui estdonc on.....

Les solutions de l'inéquation $2x + 3 > 1 - 3x$ sont



$x - 13 \leq 1 + 3x$

.....

 Onqui estdonc on.....

Les solutions de l'inéquation $x - 13 \leq 1 + 3x$ sont



$2(4 - 3x) \geq 1 - 3x$

..... On développe le membre de gauche.

 Onqui estdonc on.....

