

Séance du mardi 12 mai

1. Vous trouverez, ci-dessous, la correction des derniers exercices.

2. Voici d'autres exercices.

Rendez-vous mercredi, sur Discord, à 15 h. (cela convient à tout le monde ?)

On travaillera ensemble ces exercices.

Correction

Exercice 1

Karim a ouvert une imprimerie. Il propose à ses clients des cartes de visite de deux formats différents, imprimées en noir et blanc ou en couleurs. En moyenne, il vend par mois 1 800 cartes petit format, 700 cartes grand format et 1 000 cartes couleurs. 48% de ses ventes sont des cartes petit format noir et blanc. Pour améliorer ses ventes, il fait une promotion sur les cartes grand format et les cartes couleurs.

1. Compléter le tableau :

Cartes de visite	Petit format	Grand format	Total
Noir et blanc	1200	300	1500
Couleur	600	400	1000
Total	1800	700	2500

2. Déterminer les probabilités des événements suivants :

* événement A : « le client choisit une carte de visite grand format » ;

$$p(A) = \frac{700}{2500}$$

* événement B : « le client choisit une carte de visite en couleurs » ;

$$p(B) = \frac{1000}{2500}$$

3. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$: le client choisit une carte de visite grand format et en couleurs

4. Déterminer la probabilité $p(A \cap B) = \frac{400}{2500}$

5. En utilisant la relation $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, calculer la probabilité $p(A \cup B)$.

$$p(A \cup B) = \frac{700}{2500} + \frac{1000}{2500} - \frac{400}{2500} = \frac{1300}{2500}$$

6. Donner la probabilité pour qu'un client choisisse dans la gamme proposé par l'imprimerie une carte de visite grand format ou une carte en couleurs.

$$\frac{1300}{2500}$$

Exercice 2

Une société fabrique des pièces pour l'aéronautique. Le bénéfice de l'entreprise, en euros, B est donné en fonction du rang n du mois par $B(n) = n^3 - 21n^2 + 120n + 4500$.

1. Calculer le bénéfice pour $n = 4$.

$$B(4) = 4^3 - 21 \times 4^2 + 120 \times 4 + 4500 = 4708 \text{ €}$$

2. Soit la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle [1 ; 12] par $f(x) = x^3 - 21x^2 + 120x + 4500$. Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

$$f'(x) = 3x^2 - 21 \times 2x + 120 = 3x^2 - 42x + 120$$

3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

$$3x^2 - 42x + 120 = 0$$

$$a = 3 \quad b = -42 \quad c = 120$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 324$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 10$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 4$$

4. Compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	1	4	10	12	
Signes de f'(x)		+	0	-	+
Variations de f	4600	↗ 4708	↘ 4600	↗ 4644	

5. A partir des résultats des questions précédentes, donner le bénéfice maximal.

D'après le tableau de variations, le maximum de la fonction est 4708. Ce maximum est atteint pour x= 4. Donc, le bénéfice maximal est 4708 €.

Exercice 1

Une société produit des piscines. La société paye des charges dont le montant dépend du nombre moyen q de piscines produites par jour. Pour une production moyenne comprise entre 0 et 100 piscines, le montant des charges, en milliers d'euros, est donné par la relation $C = 0,04q^2 - 2,4q + 100$. On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $f(x) = 0,04x^2 - 2,4x + 100$.

1. Déterminer f'(x) où f' désigne la fonction dérivée de f.

$$f'(x) = 0,04 \times 2x - 2,4 = 0,08x - 2,4$$

2. Résoudre l'équation f'(x)=0.

$$0,08x - 2,4 = 0 \qquad 0,08x = 2,4 \qquad x = 30$$

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 100].

x	0	30	100	
Signes de f'(x)		-	0	+
Variations de f	100	↘ 64	↗ 260	

4. Montrer que résoudre l'équation f(x)= 73 revient à résoudre l'équation $0,04x^2 - 2,4x + 27 = 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &= 73 \\ 0,04x^2 - 2,4x + 100 &= 73 \\ 0,04x^2 - 2,4x + 100 - 73 &= 0 \\ 0,04x^2 - 2,4x + 27 &= 0 \end{aligned}$$

5. Résoudre l'équation $0,04x^2 - 2,4x + 27 = 0$.

$$\begin{aligned} a &= 0,04 & b &= -2,4 & c &= 27 & \Delta &= 1,44 \\ x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 45 & x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 15 \end{aligned}$$

6. En utilisant les résultats obtenus précédemment :

a. Indiquer le nombre de piscines produites pour lequel le montant des charges est minimum et préciser ce montant minimum.

x nombre de piscines f(x) montant des charges en milliers d'euros

D'après le tableau de variations, la fonction f admet un minimum : 64. Ce minimum est atteint pour x= 30.

Donc, pour que le montant des charges soit minimum, il faut produire 30 piscines.

Le montant minimum des charges sera de 64 000 €.

b. Donner le nombre de piscines pour lequel le montant des charges est de 73 milliers d'euros.

D'après le 4., résoudre f(x)= 73 c'est la même chose que résoudre $0,04x^2 - 2,4x + 27 = 0$.

f(x)= 73, c'est-à-dire montant des charges=73 000 €

D'après le 5., on a trouvé les solutions de l'équation $0,04x^2 - 2,4x + 27 = 0$.

Donc, pour que le montant des charges soit de 73 000 €, la société doit produire 15 ou 45 piscines.

Exercice 2

Mr Lambert a un élevage de 50 lapins : 20 lapins blancs et 12 lapins mâles. Sur ce total, 10% des lapins sont à la fois blancs et mâles.

1. Compléter le tableau.

	Lapins mâles	Lapins femelles	Total
Lapins blancs	5	15	20
Lapins noirs	7	23	30
Total	12	38	50

2. Un lapin est choisi au hasard.

L'événement A correspond à : « le lapin est une femelle »

L'événement B correspond à : « le lapin est noir »

Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

$$p(A) = \frac{38}{50}$$

$$p(B) = \frac{30}{50}$$

3. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$.

Le lapin est une femelle et il est noir.

Le lapin est une femelle noire

4. Déterminer $p(A \cap B)$.

$$p(A \cap B) = \frac{23}{50}$$

5. Définir par une phrase l'événement $A \cup B$.

Le lapin est une femelle ou il est noir

6. Déterminer $p(A \cup B)$.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{38}{50} + \frac{30}{50} - \frac{23}{50} = \frac{45}{50}$$

Exercice 1

Une entreprise d'installation de chauffage est en pleine essor. Voici l'évolution de son capital depuis sa création.

Le capital C_1 pour l'année 2014 (1^{ère} année) est de 80 000 €.

Le capital C_2 pour l'année 2015 est de 89 600 €.

Le capital C_3 pour l'année 2016 est de 100 352 €.

On désigne par C_n le capital pour l'année (2013+n).

1. Calculer les rapports $\frac{C_2}{C_1}$ et $\frac{C_3}{C_2}$.

2. a. Quelle est la nature de la suite (C_n) ? Préciser la raison et le 1^{er} terme de cette suite.

b. En déduire le taux d'augmentation de ce capital chaque année.

3. Exprimer C_n en fonction de n.

4. L'entreprise cherche en quelle année le capital dépassera 270 000 €.

a. Montrer que cela revient à écrire l'inéquation $(1,12)^{n-1} > 3,375$

b. Résoudre cette inéquation.

c. En déduire l'année où le capital dépassera 270 000 €.

Exercice 2

Un commerçant vient d'ouvrir un site de vente en ligne. Il relève à chaque fin de semaine le nombre de connexions (arrondies à la dizaine) à son site internet ainsi que le chiffre d'affaires réalisé pour la semaine.

Nombres de connexions	1400	1600	1850	2250	1800	2000	2590	3150	3000	4000
Chiffre d'affaires (en €)	4 100	4 200	4 300	4 600	4 300	4 500	4 900	5 400	5 300	5 900

Avec 5000 connexions, quel chiffre d'affaires peut espérer faire le commerçant ?

Décrire la méthode utilisée.