

Séance du mardi 26 mai

1. Vous trouverez, ci-dessous, la correction des derniers exercices.
2. Faire les exercices ci-dessous. Rendez-vous Discord, mercredi, 11h.

1^{ère} partie

L'ozone est un polluant qui provient directement de la circulation automobile : il résulte d'une réaction qui consomme le dioxyde d'azote.

Des études ont montré que, au cours d'une journée, entre 9h et 21h, la concentration en ozone au centre d'une ville, est donnée par la relation $C(t) = -0,7t^2 + 21t - 86$ où t est le temps, en heure, et $C(t)$ la concentration, en $\mu\text{g}/\text{m}^3$ à l'instant t .

A quelle heure de la journée la pollution atteint-elle son maximum et quelle est sa concentration maximale ?

On considère la fonction f définie sur $[9 ; 21]$ par $f(x) = -0,7x^2 + 21x - 86$.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(x)$.

$$f'(x) = -1,4x + 21$$

2. Compléter le tableau de variations de la fonction f .

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ -1,4x + 21 &= 0 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

x	9	15	21
Signes de $f'(x)$	+	0	-
Variations de la fonction f	↗	↘	
	46,3	71,5	46,3

3. Répondre à la problématique.

La pollution atteint son maximum à 15h. Sa concentration maximale est de $71,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

2^{ème} partie

Pour lutter contre la pollution, une municipalité veut réduire l'utilisation des automobiles dans sa ville et met en place un système de location rapide de vélos. Après quelques mois d'utilisation, un bilan est tiré.

Le premier mois, le constat a été de 20 000 utilisations.

Les mois suivants, elles ont augmenté de 5% par mois.

La municipalité peut-elle atteindre un objectif de 30 000 utilisations mensuelles en moins d'un an ?

1. Combien de vélos sont loués dès le deuxième mois ?

$$20\,000 \times 1,05 = 21\,000 \text{ vélos}$$

2.a. Quelle est la nature de la suite (u_n) modélisant le nombre de vélos loués ?

Suite géométrique de raison $q = 1,05$ et de 1^{er} terme 20 000

b. Exprimer u_n en fonction de u_1 et de n .

$$u_n = u_1 \times q^{n-1} = 20\,000 \times 1,05^{n-1}$$

3. Répondre à la problématique.

$$u_9 = 20\,000 \times 1,05^8 = 29\,547 \text{ vélos le 9^{ème} mois}$$

$$u_{10} = 20\,000 \times 1,05^9 = 31\,024 \text{ vélos le 10^{ème} mois}$$

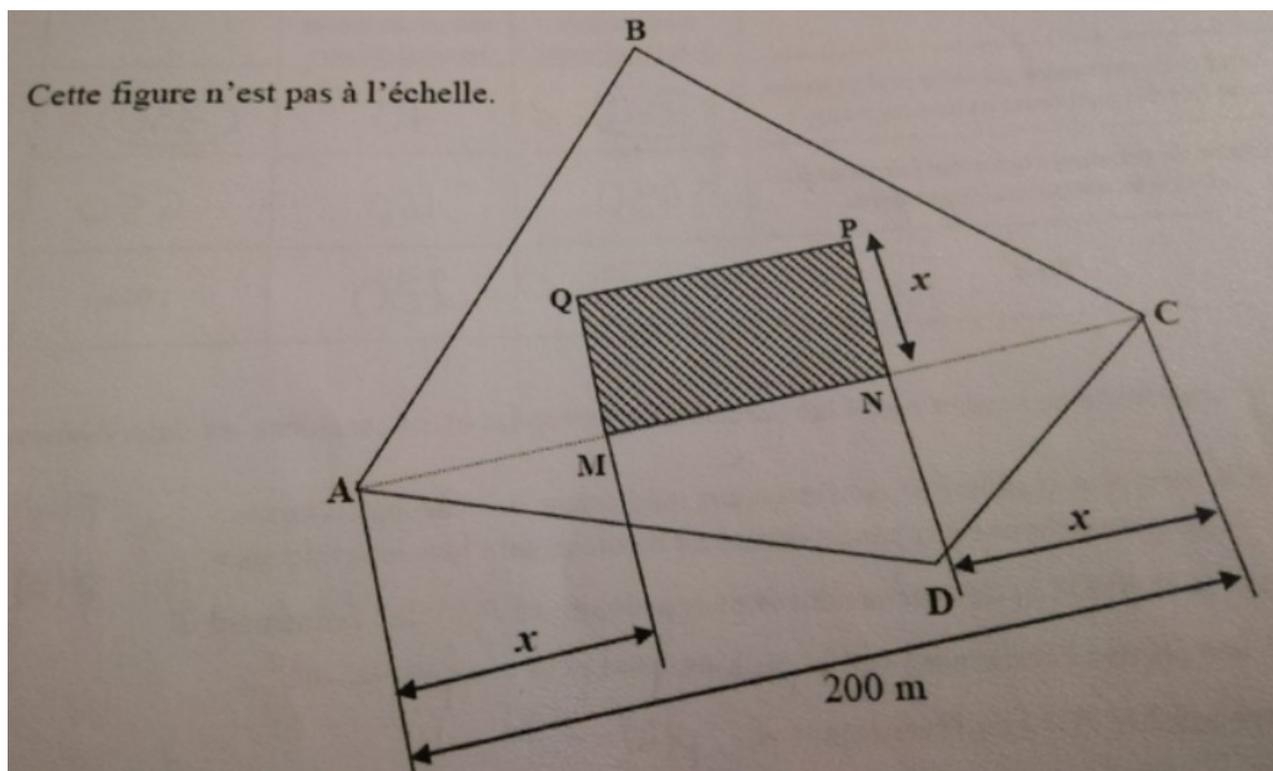
La municipalité a bien atteint son objectif de 30 000 utilisations mensuelles en moins d'un an.

4. Calculer le nombre total d'utilisations des vélos lors des deux premières années.

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{24} = u_1 \times \frac{q^{24} - 1}{q - 1} = 20\,000 \times \frac{1,05^{24} - 1}{1,05 - 1} \approx 890\,039$$

Lors des deux premières années, il y a eu 890 039 locations de vélos.

La municipalité d'un village décide d'implanter une salle polyvalente sur une zone constructible. La zone constructible est représentée ci-dessous par le quadrilatère ABCD. Sur la figure ci-dessous, le rectangle MNPQ représente la salle polyvalente. L'espace situé autour de la salle polyvalente sera appelé « zone espace vert ». Le but de l'exercice est de chercher les dimensions possibles de la salle polyvalente.



1. a. Exprimer MN en fonction de x. $MN = 200 - x - x = 200 - 2x$
 b. Montrer que l'aire A du rectangle MNPQ est donnée par la formule $A = -2x^2 + 200x$.

$$A = (200 - 2x)x = x(200 - 2x) = 200x - 2x^2 = -2x^2 + 200x$$

2. On prendra comme aire totale de la zone constructible la valeur $18\,400 \text{ m}^2$. Exprimer, en fonction de x, l'aire E de la « zone espace vert ».

zone espace vert = zone constructible – salle polyvalente

$$E = 18\,400 - (-2x^2 + 200x) = 18\,400 + 2x^2 - 200x = 2x^2 - 200x + 18\,400$$

3. La municipalité du village souhaite que l'aire de la « zone espace vert » à aménager soit égale à $13\,450 \text{ m}^2$.

- a. Montrer que cette condition s'écrit sous la forme suivante : $2x^2 - 200x + 4\,950 = 0$.

$$\text{zone espace vert} = 13\,450 \text{ m}^2$$

$$E = 13\,450$$

$$2x^2 - 200x + 18\,400 = 13\,450$$

$$2x^2 - 200x + 18\,400 - 13\,450 = 0$$

$$2x^2 - 200x + 4\,950 = 0$$

- b. Résoudre cette équation sur $[30 ; 64]$.

$$2x^2 - 200x + 4\,950 = 0$$

$$\Delta = 400$$

$$x_1 = 55$$

$$x_2 = 45$$

4. En déduire les dimensions de la salle polyvalente.

Si $x = 55 \text{ m}$: la salle mesure 55 m de large et $200 - 110 = 90 \text{ m}$ de long.

Si $x = 45 \text{ m}$: la salle mesure 45 m de large et $200 - 90 = 110 \text{ m}$ de long.

Exercice 1

Un restaurateur propose un nouveau « menu formule » avec une entrée, un plat du jour et un dessert. Le client a le choix entre :

3 entrées : salade niçoise à 4 €, charcuteries à 7 € et terrine de poisson à 6 €.

2 plats du jour : poulet frites à 10 € et entrecôte riz à 15 €

2 desserts : tarte aux fraises à 6 € et fondant au chocolat à 7 €.

Problématique : Nathalie, chef de salle, pense qu'on a plus d'une chance sur 3 d'avoir un montant de la note inférieur à 24 €. A-t-elle raison ?

1. Déterminer tous les choix possibles à l'aide d'un arbre.
2. Rédiger et justifier la réponse à la problématique.

Exercice 2

Mr De Bouchet, un artisan, fabrique des salons de jardin en bois exotique. Il achète le bois soit dans une grande surface spécialisée dans le bricolage, soit dans une scierie où le bois est débité et poncé à la demande.

· En grande surface, le prix du bois est de 52 € le m².

· Dans la scierie, le prix du bois exprimé en euros varie en fonction de la quantité achetée q exprimée en m² selon la relation : $P_2(q) = q^3 - 18q^2 + 112q$.

Problématique : Mr De Bouchet, affirme que s'il achète 9,5 m² de bois en scierie, il fera le gain maximal par rapport à l'achat en grande surface. Cette affirmation est-elle exacte ?

1. Calculer le prix payé en grande surface pour l'achat de 12 m² de bois.
2. Soit q le nombre de m² de bois acheté, et P₁(q) le prix payé en grande surface. Donner l'expression de P₁(q).
3. Soient $f(x) = x^3 - 18x^2 + 112x$ et $g(x) = 52x$, 2 fonctions définies sur l'intervalle [0 ; 15]. Que représente pour l'artisan la différence $g(x) - f(x)$?
4. Soit $h(x) = g(x) - f(x)$. Montrer que $h(x) = -x^3 + 18x^2 - 60x$.
5. Calculer h'(x).
6. Résoudre l'équation $-3x^2 + 36x - 60 = 0$.
7. Compléter le tableau de variation suivant.

x	0	15	
Signe de h'(x)	...	0	...	0	...
Variation de h					

8. Répondre à la problématique.